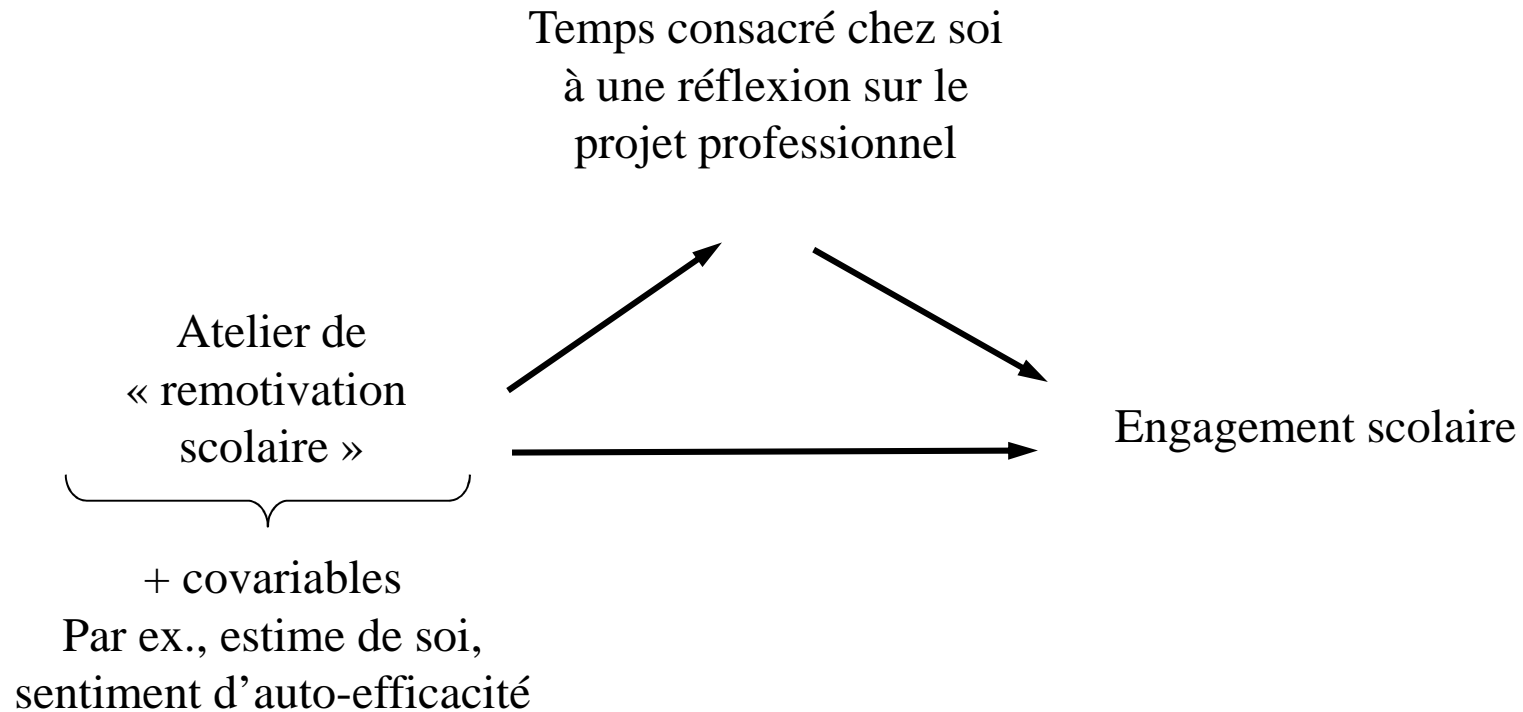


L'analyse de médiation dans le cadre contrefactuel de l'inférence causale

J. Juhel

« Comment ? Quel mécanisme? »



Plan

- 1. Approche traditionnelle de l'analyse de médiation en psychologie**
- 2. Méthodologie et épistémologie de la modélisation causale : quelques idées importantes**
- 3. L'analyse de médiation causale dans le cadre du modèle des résultats potentiels**
 - 2.1. Le langage des résultats potentiels**
 - 2.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple**
- 4. Illustration**

1

**Approche traditionnelle de l'analyse de
médiation en psychologie**

1. Approche traditionnelle

Analyse de médiation = modèle de régression

→ cadre méthodologique des SEM (Lisrel IV).

PROCESS ANALYSIS Estimating Mediation in Treatment Evaluations

CHARLES M. JUDD
Harvard University
DAVID A. KENNY

EVALUATION REVIEW, Vol. 5 No. 5, October 1981 602-619

Journal of Personality and Social Psychology
1986, Vol. 51, No. 6, 1173-1182

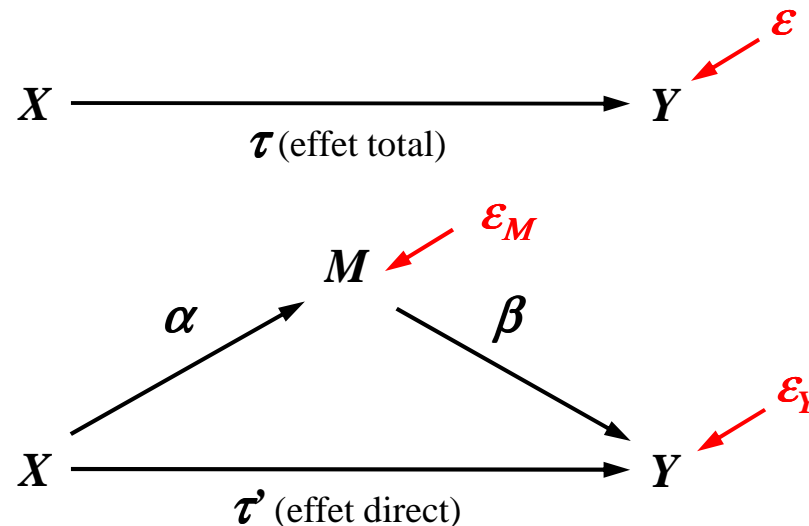
Copyright 1986 by the American Psychological Association, Inc.
0022-3514/86/\$00.75

The Moderator–Mediator Variable Distinction in Social Psychological Research: Conceptual, Strategic, and Statistical Considerations

Reuben M. Baron and David A. Kenny
University of Connecticut

1. Approche traditionnelle

Médiateur et résultat continu : décomposition linéaire de l'effet total en un effet direct et un effet de médiation (*indirect / surrogate / intermediate / intervening effect*).

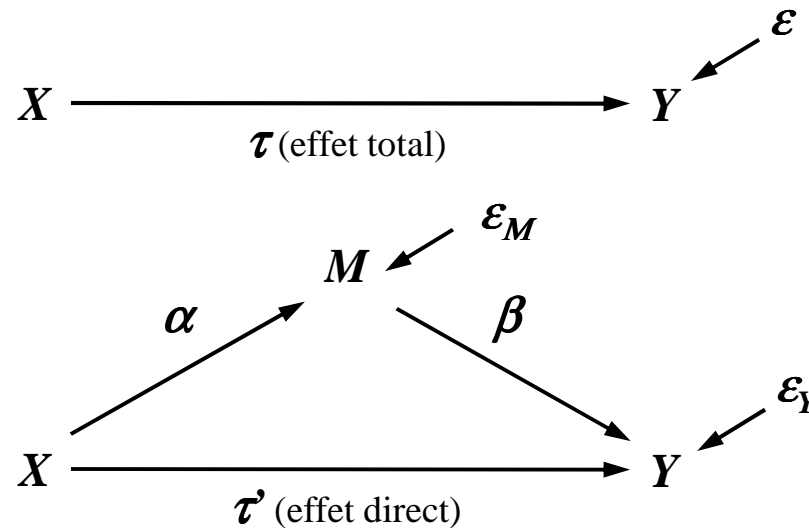


On suppose que :

$X \perp \varepsilon, \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$; $X \perp \varepsilon_M, \varepsilon_M \sim \mathcal{N}(0, \sigma_M^2)$; $X \perp \varepsilon_Y, M \perp \varepsilon_Y, \varepsilon_Y \sim \mathcal{N}(0, \sigma_Y^2)$; $\varepsilon_M \perp \varepsilon_Y$.

1. Approche traditionnelle

Médiateur et résultat continu : décomposition linéaire de l'effet total en un effet direct et un effet de médiation.



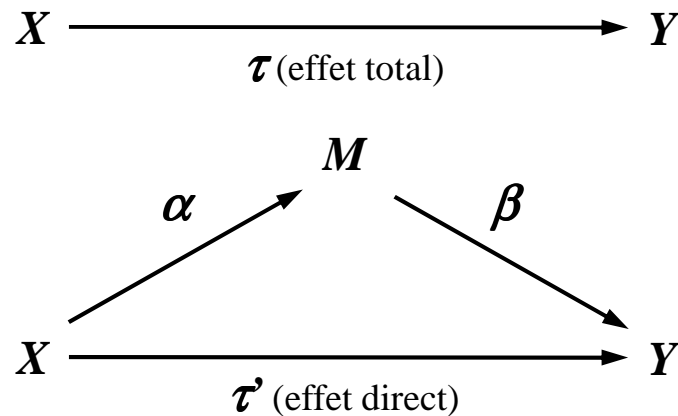
Effet total de X sur Y :
$$Y = \tau X + \varepsilon \quad (1)$$

Effet de X sur M :
$$M = \alpha X + \varepsilon_M \quad (2)$$

Effets simultanés de X et de M sur Y :
$$Y = \beta M + \tau' X + \varepsilon_Y \quad (3)$$

1. Approche traditionnelle

Procédure de **Baron-Kenny** (« *the causal steps approach* »)

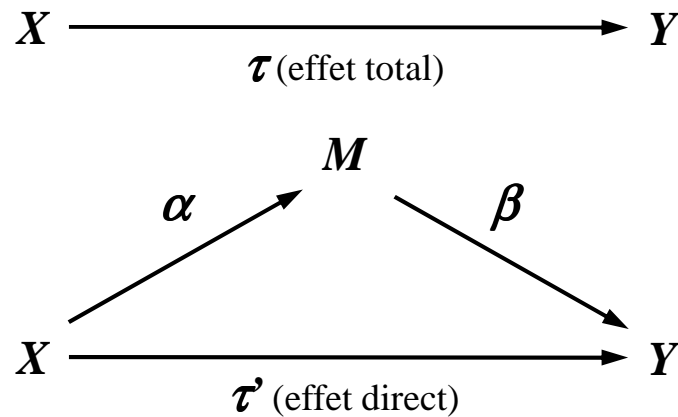


- 1) Relation significative entre X et Y (pas nécessaire) ;
- 2) Relation significative entre X et M (eq. 2) ;
- 3) Relation significative entre M et $Y | X$ (eq. 3) ;
- 4) τ' significativement inférieur à τ .

1. Approche traditionnelle



Avec les **suppositions** faites précédemment :



$$\hat{\tau} - \hat{\tau}' = \hat{\alpha} \times \hat{\beta}$$

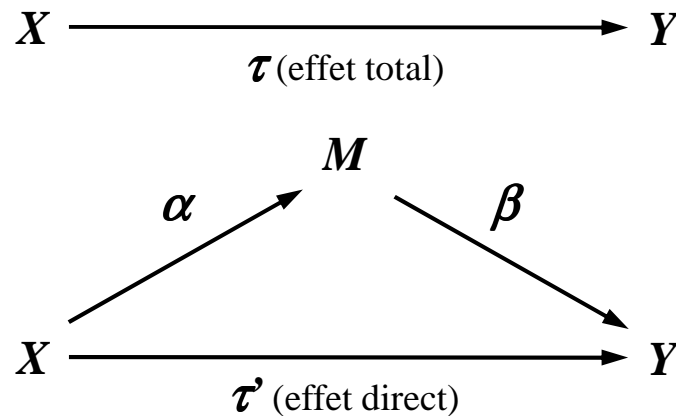
Deux méthodes d'estimation :

- différence entre les pentes $\hat{\tau}$ et $\hat{\tau}'$,
- produit des pentes $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$.

1. Approche traditionnelle



Avec les **suppositions** faites précédemment :



- Effet **total** : effet de X sur Y .
- Effet **direct** : effet de X sur Y à un niveau fixé de M .
- Effet **indirect** : effet sur Y des changements de X opérant via les niveaux de M .

1. Approche traditionnelle

Intervalle de confiance pour effets indirects (Preacher & Selig, 2012)

→ Méthode delta (test de Sobel) : si $\alpha\beta \sim \mathcal{N}$,

$$SE_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} = \sqrt{\hat{\alpha}^2 \sigma_{\hat{\beta}}^2 + \hat{\beta}^2 \sigma_{\hat{\alpha}}^2}.$$

→ Méthode de la distribution du produit $Z_{\hat{\alpha}} Z_{\hat{\beta}}$ (package 'Rmediation').

→ Bootstrap non paramétrique

- 1) Construction d'un pseudo-échantillon de N individus par rééchantillonnage avec remise ;
- 2) estimation de $\hat{\alpha}\hat{\beta}$;
- 3) répétition J fois des étapes 1 et 2 ;
- 4) l'erreur-type bootstrappée de $\hat{\alpha}\hat{\beta}$ est l'écart-type de la distribution des J valeurs de $\hat{\alpha}\hat{\beta}$ (par ex., package 'QuantPsyc').

1. Approche traditionnelle

Intervalles de confiance pour effets indirects (Preacher & Selig, 2012)

→ Bootstrap des résidus

- 1) Estimation de $\hat{\alpha}$ et de $\hat{\beta}$ dans les équations (2) et (3) ;
- 2) bootstrap des paires de résidus ($\hat{\epsilon}_M, \hat{\epsilon}_Y$) et addition des valeurs de chaque paire aux équations ajustées (2) et (3) ;
- 3) régression de M^* sur X et de Y^* sur X pour obtenir respectivement α^* , β^* et calculer le produit $\alpha\beta^*$;
- 4) répétition J fois des étapes 2 et 3 ;
- 5) construction de l'intervalle de confiance à partir de la distribution des J valeurs de $\alpha\beta^*$ (par ex., package 'MBESS').

→ Bootstrap (ou simulation) paramétrique

- 1) Estimation de $\hat{\alpha}$ et de $\hat{\beta}$ dans les équations (2) et (3) ;
- 2) génération des données sur la base des estimations du modèle (par ex., package 'mediation').

→ Estimation bayésienne : intervalle de crédibilité (package 'BayesMed')

1. Approche traditionnelle

Difficultés

- **Conceptuelles** : les conditions d'**identification** des effets causaux n'apparaissent pas clairement (facteurs de confusion, biais d'endogénéité) et sont énoncées en référence à un modèle statistique spécifique (Robins & Greenland, 1992).
 - **Pratiques** : dans les modèles non linéaires ou avec variables catégorielles, les effets indirects ne peuvent être isolés en tenant constantes certaines variables (Pearl, 2001).
- **Cadre général permettant de définir les effets directs et indirects et de spécifier les conditions permettant leur identification.**

Deux questions essentielles

1) Que veut-on dire quand on parle d'effet causal ?



2) Validité de l'inférence causale : A quelles conditions et comment des inférences causales peuvent être faites dans la modélisation causale ?

→ Théorie formelle de **l'inférence causale** (Rubin, 1974, 1978, 1980 ; Pearl, 1993 ; [2000] 2009 ; Dawid, 2000, 2007, 2010 ; Robins, 1986).

2

**Méthodologie et épistémologie de la
modélisation causale :
quelques idées importantes**

2.1. Méthodologie de la modélisation causale

Analyse de parcours, SEM : approche H-D

Hypothèse conceptuelle, qualitative = une structure causale ayant une certaine plausibilité théorique

→ Le problème de la causalité est situé au niveau de la connaissance qui permet la reconstruction d'une réalité en termes de causes et d'effets.

Méthodologie « **dis-confirmatoire** » :

- i) formulation des hypothèses causales (fortes *vs* faibles) ;
- ii) spécification du modèle statistique ;
- iii) test des conséquences logiques de l'hypothèse.

NB. Une même assertion qualitative peut donner des résultats quantitatifs différents.

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Modélisation des associations entre variables

Hypothèses statistiques (par ex., linéarité, normalité des erreurs, erreurs non corrélées).

→ La distribution conditionnelle décrit les covariations entre variables.

Modélisation causale ou « augmentée » des associations entre variables

Hypothèses statistiques +

Connaissance du contexte causal \Rightarrow hypothèse conceptuelle (structure causale)

Suppositions non testables sur le caractère des relations causales (par ex., mécanisme causal, quasi-déterminisme chez Pearl, non confusion, etc.)

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Rationnel de la causalité dans la modélisation causale

(Russo, 2009).

Effet causal = production de variations

→ Le mécanisme causal est un processus ontologique (supposé, modélisé) qui ne peut guider le raisonnement causal.

Théories probabilistes de la causalité : si X a un effet causal sur Y ,

$$P(y | x) \neq P(y).$$

Analyse de parcours, SEM linéaire: β quantifie l'effet causal de X sur Y c'est-à-dire la variation de Y produite par la variation de X .

$$Y = \beta X + \varepsilon_Y.$$

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Interprétation interventionniste de la causalité

(Price, 1991; Woodward, 2003)

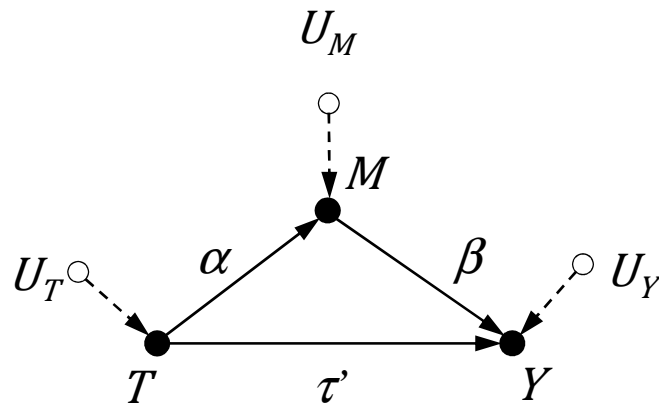
→ Une cause **produit une différence** dans son effet.

- 1) Le changement de la valeur de X est dû à la seule intervention sur X .
- 2) Si l'intervention sur X change la valeur de Y , le changement de Y n'opère que par le seul changement de X .
- 3) Comparaison des valeurs prises par Y pour les différentes valeurs prises par X .

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Interprétation de la notion de quantité causale (Pearl, 1998, [2000] 2009)

Trois mécanismes autonomes de génération des données, de niveau **unitaire** :



$$t := u_T$$

$$m := \alpha t + u_M$$

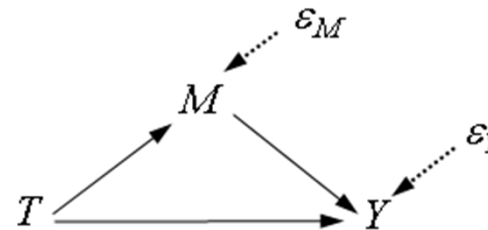
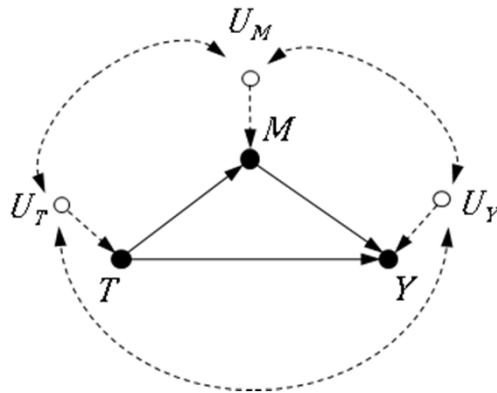
$$y := \tau' t + \beta m + u_Y$$

- t est la valeur assignée à T en réponse à la valeur prise par U_T .
- m est la valeur assignée à M en réponse à la combinaison des valeurs prises par T et U_M .
- y est la valeur assignée à Y en réponse à la combinaison des valeurs prises par T , M et U_Y .

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Interprétation du terme d'« erreur »

- a) La relation causale est déterministe ou quasi-déterministe : U_T , U_M et U_Y (*disturbances*) représentent de l'information non modélisée, des facteurs implicites non mesurés (**pas de conditions imposées** aux termes d'erreur) ;

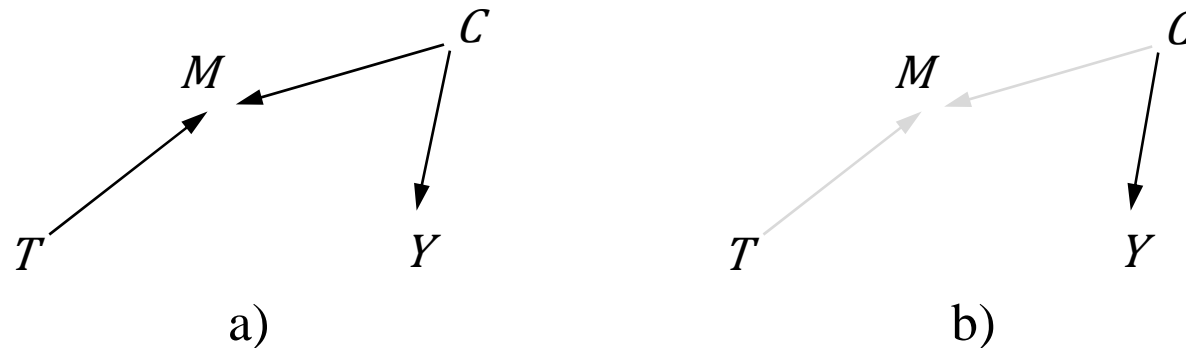


- b) Modèle de régression : ε_M et ε_Y sont des composantes stochastiques (**conditions imposées** aux termes d'erreur)

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Différence entre observer et intervenir

(Pearl, 1998; Robins & Greenland, 1992).



- a) L'effet direct de T sur Y est nul mais le contrôle de M provoque une association non nulle entre T et C au niveau fixé de M , et donc une association non nulle entre T et Y .
- b) Modèle modifié en supprimant les pistes $T \rightarrow M$, $C \rightarrow M$ et en fixant M .

Ex.: T =tremblement de terre, M =alarme, C =cambriolage.

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Différence entre observer et intervenir

- $P(Y = y | X = x)$: Quelle est la probabilité $P(Y=y)$ **sachant qu'on observe** la valeur x de X ?

Factuel : le conditionnement probabiliste des variations de X limite l'analyse à la sous-population des individus pour lesquels $X=x$ (autant de lois conditionnelles que de valeurs possibles pour X).

- $P(Y = y | do(X = x))$: Quelle serait la probabilité $P(Y=y)$ **si on fixait** X à la valeur x ?

Contrefactuel : quelle serait la proportion d'individus pour chaque niveau de réponse de Y si les variables influençant X étaient contrôlées et si X était fixée à x ?

2.2. Epistémologie de la modélisation causale

Observer : $P(y | x) = ?$

- Théorie des probabilités : $\left\{ = \frac{P(x, y)}{P(x)} \right\} \left\{ = P(x | y) \frac{P(y)}{P(x)} \right\}$

Intervenir : $P(y | x, do(m)) = ?$

- Nouvelle algèbre (*do-calculus rules*) :

1. Ignorer une observation non pertinente :

$$P(y | do(x), z, w) = P(y | do(x), w) \text{ si } (Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W)_{G_x}$$

2. Echanger une action par une observation du même fait :

$$P(y | do(x), do(z), w) = P(y | do(x), z, w) \text{ si } (Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W)_{G_{xz}}$$

3. Ignorer une action non pertinente :

$$P(y | do(x), do(z), w) = P(y | do(x), w) \text{ si } (Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W)_{G_{x, z(W)}}$$

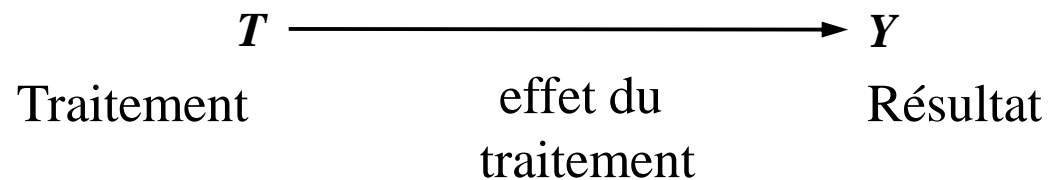
3

**L'analyse de médiation causale dans le
cadre contrefactuel**

3.1. Le langage des résultats potentiels

(Modèle NRH ; Neyman, 1923 ; Rubin, 1974, 1977, 1978 ; Holland, 1986)

Situation expérimentale



$Y_i(t)$ est le **résultat potentiel de l'unité i** (par la suite l'individu) pour le niveau t de T .

Résultat : vd continue : différence de moyenne ; vd catégorielle : risque relatif (rapport de probabilités)

3.1. Le langage des résultats potentiels

Définition formelle des effets causaux

Effet **spécifique à l'individu i** de la transition de $T=t$ à $T=t'$:

$$\underline{Y_i(t') - Y_i(t)}$$

- Effet **inobservable** : si l'individu i est au niveau t de T , $Y_i(t')$ est **contrefactuel**.

Un seul résultat potentiel se réalise pour une individu donné (problème fondamental de l'inférence causale).

- Effet **individuel**

L'effet du traitement est distribué dans la population.



On suppose que le résultat pour l'individu i est indépendant du traitement et du résultat pour les autres individus (*Stable Unit Treatment Value Assumption*).

3.1. Le langage des résultats potentiels

Définition formelle des effets causaux

Effet moyen du traitement : **population**

$$ATE = E \left[\underline{Y(t') - Y(t)} \right].$$

Effet moyen du traitement : **sous-population $T=t'$**

$$ATT = E \left[\underline{Y(t') - Y(t) | T_i = t'} \right].$$

NB. L'absence d'effet agrégé du traitement n'implique pas l'absence d'effet du traitement pour certains individus.

3.1. Le langage des résultats potentiels

Association et causalité

Association ou **effet statistique** entre traitement et résultat : comparaison de deux **groupes différents d'individus**.

Effet causal du traitement sur le résultat : comparaison des résultats potentiels des **mêmes individus** sous deux « régimes ».

3.1. Le langage des résultats potentiels

Identification des effets causaux


Un effet causal est identifié s'il peut être exprimé en fonction des distributions de probabilité observées, indépendamment de certaines quantités non connues (Pearl, [2000] 2009, chapitre 4).

Quelle(s) **supposition(s)** permettent d'**identifier** *ATE* :

$$ATE = E \left[\underline{Y(t') - Y(t)} \right].$$

3.1. Le langage des résultats potentiels

Identification des effets causaux

 **Supposition** : l'assignation au traitement est indépendante des résultats potentiels.

→ « ignorabilité » du traitement (“*exchangeability*”, “*ignorable treatment assignment*”, “*exogeneity*”).

Plan : affectation aléatoire des individus à T .

3.1. Le langage des résultats potentiels

Identification des effets causaux : $T = \{0,1\}$

$$ATE = E[\underline{Y(1) - Y(0)}]$$

 Si traitement ignorable : $(Y_i(1), Y_i(0)) \perp\!\!\!\perp T_i$ et :

$$\underline{E[Y(0) | T = 1]} = \underline{E[Y(0) | T = 0]}.$$

L'**effet moyen** du traitement est **identifiable** et égal à :

$$\widehat{ATE} = \underline{E[Y(1) | T = 1]} - \underline{E[Y(0) | T = 0]}.$$

NB. On suppose l'indépendance des individus.

3.1. Le langage des résultats potentiels

Situation non expérimentale : $T = \{0,1\}$.



Supposition : le conditionnement sur les covariables C_i qui affectent à la fois le traitement et le résultat supprime les biais dans la comparaison entre les niveaux de traitement (“*unconfoundedness*”)

→ **Ajustement** : neutralisation des facteurs de confusion pré-traitement.



Supposition : échangeabilité *conditionnelle* des individus, ignorabilité *conditionnelle* du traitement.

→ Assignation aléatoire des individus à T **conditionnellement à C** :

$$E(\underline{Y(0)} | T = 1, C = c) = E(\underline{Y(0)} | T = 0, C = c).$$

3.1. Le langage des résultats potentiels

L'effet moyen du traitement est **identifiable** et égal à :

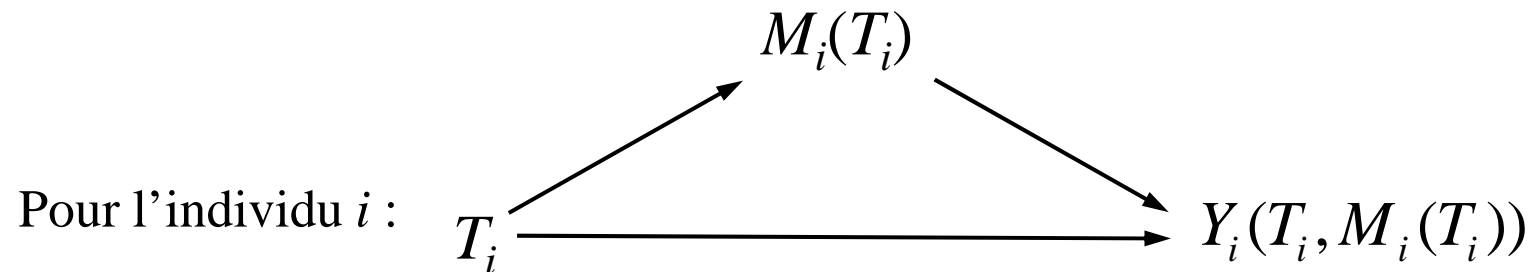
$$\widehat{ATE} = E(\underline{Y(1)} | T = 1, C = c) - E(\underline{Y(0)} | T = 0, C = c).$$

Exemple de méthode d'ajustement : conditionnement sur le **score de propension** calculé sur la base de covariables C_i :

$$e_i = P(T_i = 1 | C_i).$$

Voir aussi : g-estimation, méthode pondérée sur la probabilité inverse, stratification principale (par ex., Austin, 2011).

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple



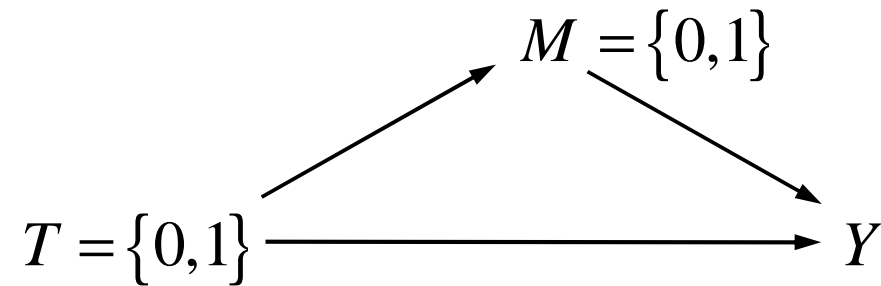
$M_i(t)$ est la valeur potentielle du médiateur pour le niveau t du traitement.

$Y_i(t, M_i(t))$ est le résultat potentiel pour le niveau t du traitement et le niveau du médiateur qui serait celui de i pour le niveau t du traitement.

$Y_i(t, m)$ est le résultat potentiel pour le niveau t du traitement et le niveau m du médiateur.

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

Exemple



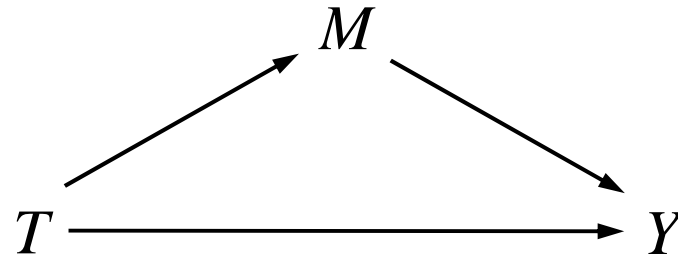
Résultats potentiels pour l'individu i :

	M_i	
T_i	0	1
0	$Y_i(0,0)$	$Y_i(0,1)$
1	$Y_i(1,0)$	$Y_i(1,1)$

Par ex., : $Y_i(1,0)$ est observé ; $Y_i(0,0)$, $Y_i(0,1)$ et $Y_i(1,1)$ sont contrefactuels.

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

transition de t à t'



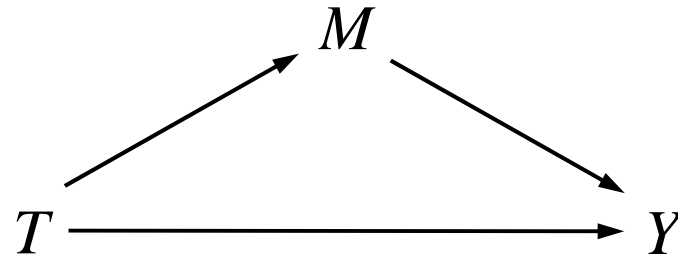
Transition de t à t' : niveau de référence $T=t$

- $M_i(t')$ est la valeur potentielle du médiateur pour le niveau t' du traitement.
- $Y_i(t', M_i(t'))$ est le résultat potentiel pour le niveau t' du traitement et le niveau du médiateur qui serait celui de i pour le niveau t' du traitement.

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

a) Définition des effets

transition de t à t'



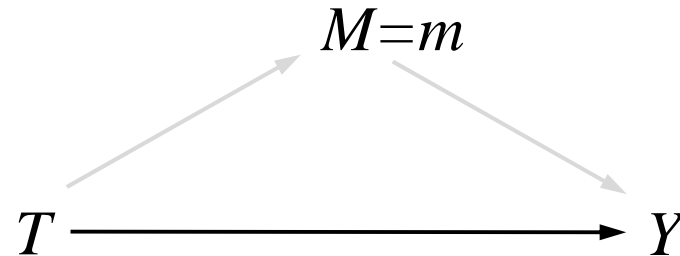
Effet total de T sur Y :

- Niveau individuel : $Y_i(t') - Y_i(t)$.
- Niveau population : $ATE = E[Y(t') - Y(t)]$

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

a) Définition des effets

transition de t à t'



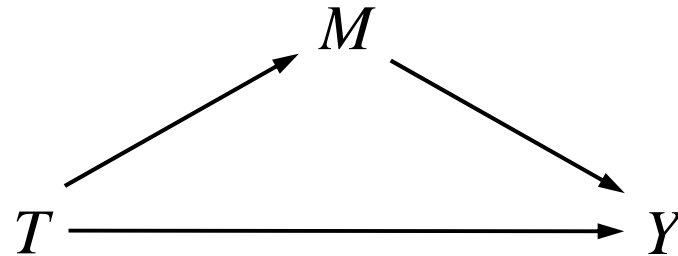
Effet direct contrôlé de T sur Y : le niveau de M est fixé à m uniformément dans la population :

- Niveau individuel : $Y_i(t', m) - Y_i(t, m)$.
- Niveau population : $CDE(m) = E[Y(t', m) - Y(t, m)]$

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

a) Définition des effets

transition de t à t'



Effet direct naturel de T sur Y ; le niveau de M est laissé naturellement variable dans la population :

- Niveau individuel : $Y_i(t', M_i(t)) - Y_i(t, M_i(t))$

Le traitement change de t à t' , la valeur de M est celle qui aurait été obtenue si T n'avait pas changé.

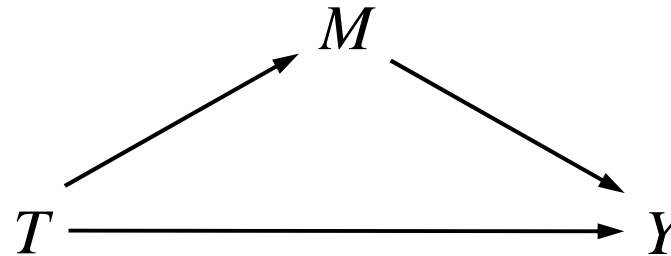
- Niveau population : $NDE = E[Y(t', M(t)) - Y(t, M(t))]$

ou *Average Direct Effect (ADE*, Imai *et al.*, 2010).

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

a) Définition des effets

transition de t à t'



Effet indirect naturel :

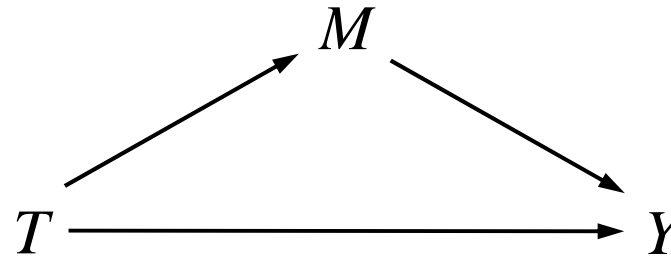
- Niveau individuel : $Y_i(t, M_i(t')) - Y_i(t, M_i(t))$,
Traitement constant ($T=t$) ; M change pour la valeur qu'il aurait atteinte pour $T=t'$.
- Niveau population : $NIE = E[Y(t, M(t')) - Y(t, M(t))]$.

ou *Average Causal Mediation Effect (ACME)*, Imai *et al.*, 2010).

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

a) Définition des effets

transition de t à t'



Propriété importante :

$$ATE = ADE + ACME,$$

y compris pour des modèles avec interactions et non linéarités (Pearl, 2001).

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification des effets

Rappel : Un effet causal de T sur Y est identifiable s'il peut être exprimé en fonction des distributions de probabilité observées, indépendamment de certaines quantités non connues.

Certaines **suppositions** permettent d'inférer sur des quantités contrefactuelles.

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification des effets

Supposition d' « ignorabilité séquentielle » (Imai *et al.*, 2010)

1. « Ignorabilité » du traitement sachant les facteurs de confusion C_i observés préalablement :

$$\{Y_i(t', m), M_i(t)\} \perp\!\!\!\perp T_i \mid C_i = c.$$

2. « Ignorabilité » du médiateur sachant le traitement observé et les facteurs de confusion C_i observés préalablement :

$$Y_i(t', m) \perp\!\!\!\perp M_i(t) \mid T_i = t, C_i = c.$$

NB. La supposition 2 est non testable \Rightarrow quelle est la valeur de la conclusion si la supposition ne tient pas (analyses de sensibilité) ?

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification des effets

Supposition de « non confusion » (Pearl, 2011).

Unconfoundedness : « La relation entre T et Y est non confondue si les facteurs qui influencent T sont indépendants de tous les facteurs qui influencent Y quand T est fixé ».

Conditional unconfoundedness : « C rend une relation entre T et Y non confondue si la relation est non confondue pour chaque niveau c de C ».

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification des effets

Conditions suffisantes d'identification : « *set B* » (Pearl, 2013)

B-1 C et T rendent la relation médiateur-résultat non confondue, à T fixé :

$$[Y(t', m) \perp\!\!\!\perp M(t) | T, C]$$

B-2 C rend la relation traitement-{médiateur, résultat} non confondue :

$$[T \perp\!\!\!\perp (Y(t', m), M(t)) | C]$$

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification de l'effet total de T sur Y

$$ATE = E[Y(t') - Y(t)].$$

ATE est **identifié** si :

- 1) la relation entre T et Y est non confondue (pas de facteurs de confusion intermédiaire entre T et Y ou facteurs tous mesurés).

$$ATE = E[Y | do(T = t')] - E[Y | do(T = t)].$$

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification de l'effet direct contrôlé de T sur Y

$$CDE(m) = E[Y(t', m) - Y(t, m)].$$

$CDE(m)$ est **identifié** si :

- 1) la relation entre T et Y est non confondue (pas de facteurs de confusion intermédiaires entre T et Y ou facteurs tous mesurés) ;
- 2) la relation entre M et Y est non confondue (pas de facteurs de confusion intermédiaires entre M et Y ou facteurs tous mesurés).

$$CDE(m) = E[Y | do(T = t', M = m)] - E[Y | do(T = t, M = m)].$$

NB. Non linéarité \Rightarrow différentes valeurs de M peuvent conduire à différentes valeurs de CDE .

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification des effets direct naturel (*NDE*) et indirect naturel (*NIE*) de *T* sur *Y*

Les deux **suppositions** précédentes plus :

- 3) la relation entre *T* et *M* est non confondue (pas de facteurs de confusion intermédiaires entre *T* et *M* ou facteurs tous mesurés) ;
- 4) aucun facteur de confusion de la relation entre *M* et *Y* n'est affecté par *T*.

NB. Importance de la randomisation du médiateur.

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification des effets direct naturel (*NDE*) et indirect naturel (*NIE*) de *T* sur *Y*

S'il n'y a aucun facteur de confusion, *NDE* et *NIE* sont **identifiés** :

$$NDE_{t,t'}(Y) = \sum_m [E(Y(t', m)) - E(Y(t, m))] \cdot P(M = m | T = t)$$

$$NIE_{t,t'}(Y) = \sum_m E(Y(t, m)) [P(M = m | T = t') - P(M = m | T = t)]$$

Estimation par régression en deux étapes.

3.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

b) Identification des effets direct naturel (*NDE*) et indirect naturel (*NIE*) de *T* sur *Y*

Plus généralement, si *W* est l'ensemble des facteurs de confusion intermédiaires entre *M* et *Y* et qu'*aucun de ces facteurs n'est affecté par le traitement*, *NDE* et *NIE* sont **identifiés** et :

$$NDE_{t,t'}(Y) = \sum_m \sum_w [E(Y(t', m, w)) - E(Y(t, m, w))] \cdot P(M = m | T = t, W = w) \cdot P(W = w)$$

$$NIE_{t,t'}(Y) = \sum_m \sum_w E(Y(t, m, w)) [P(M = m | T = t', W = w) - P(M = m | T = t, W = w)]$$

Estimation par régression en deux étapes.

2.2. Effets directs et indirects dans le modèle de médiation simple

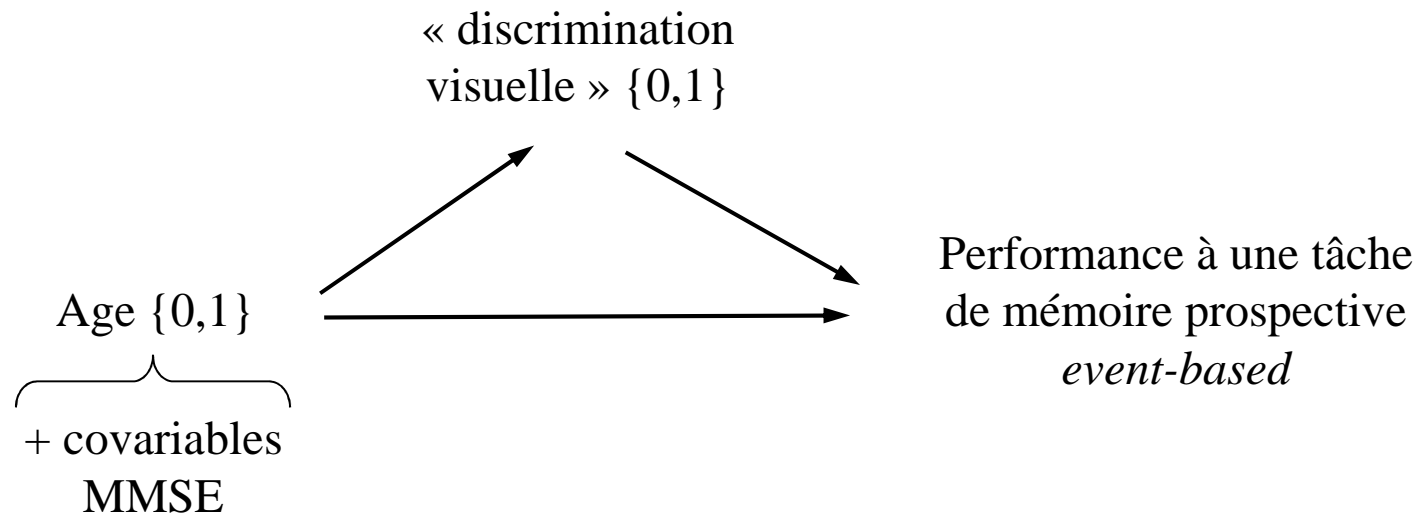
c) Conclusion

Si des facteurs de confusion de la relation entre M et Y existent et n'ont pas été mesurés, des **analyses de sensibilité** sont nécessaires pour évaluer l'impact du non respect des suppositions d'identifiabilité sur les estimations des effets naturels direct et indirect.

4

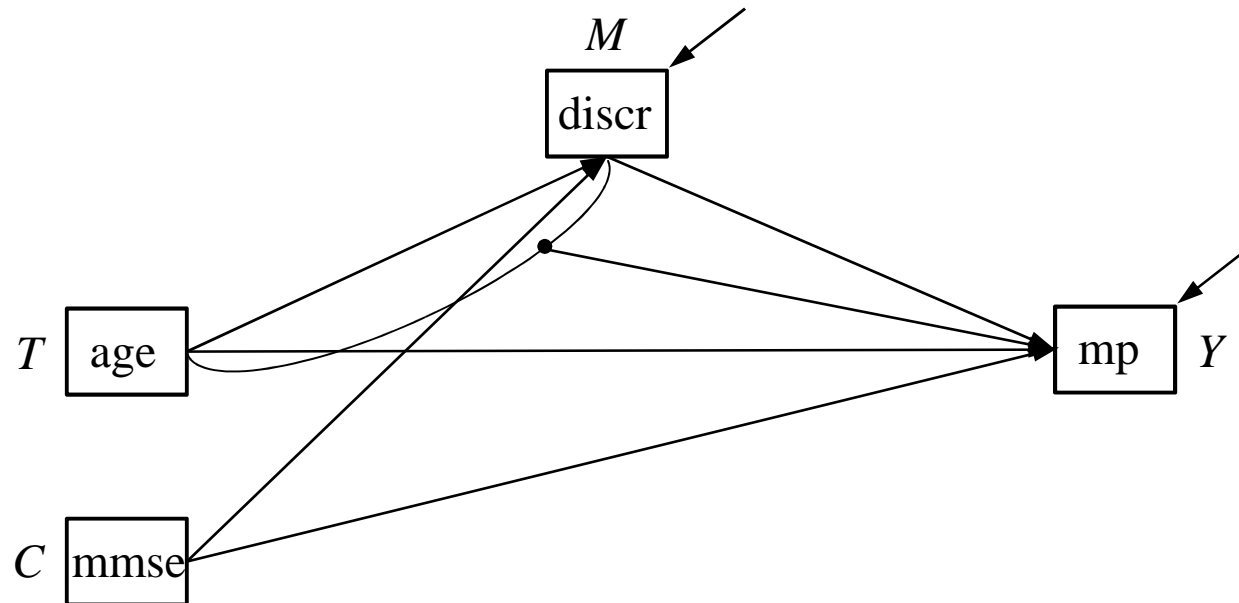
Illustration

Etude du rôle médiateur de la discrimination visuelle dans la relation entre âge et mémoire prospective



$N=108$ personnes âgées (dichotomisation 0 : < 75 ans ; 1 : ≥ 75 ans) ; Indice de discrimination visuelle / bonnes réponses – fausses reconnaissances (dichotomisation / moyenne) ; Performance à une tâche *event-based* de mémoire prospective (données : thèse B. Azzopardi).

Etude du rôle médiateur de la discrimination visuelle dans la relation entre âge et mémoire prospective



Algorithme d'estimation

(Imai *et al.*, 2011; R package 'mediation'; voir aussi Mplus 7.11)

Supposition d'ignorabilité séquentielle

Etape 1

- Régression de M sur T et les covariables pré-traitement ;

```
> mt.fit <- glm(discr ~ age + mmse, data =discrimination, family=binomial(link="probit"))
```

- Régression de Y sur M , T , l'interaction entre M et T et les covariables pré-traitement.

```
> ymt.fit <- lm(mp ~ discr + age + discr*age + mmse, data = discrimination)
```


Algorithme d'estimation

Supposition d'ignorabilité séquentielle

Etape 2

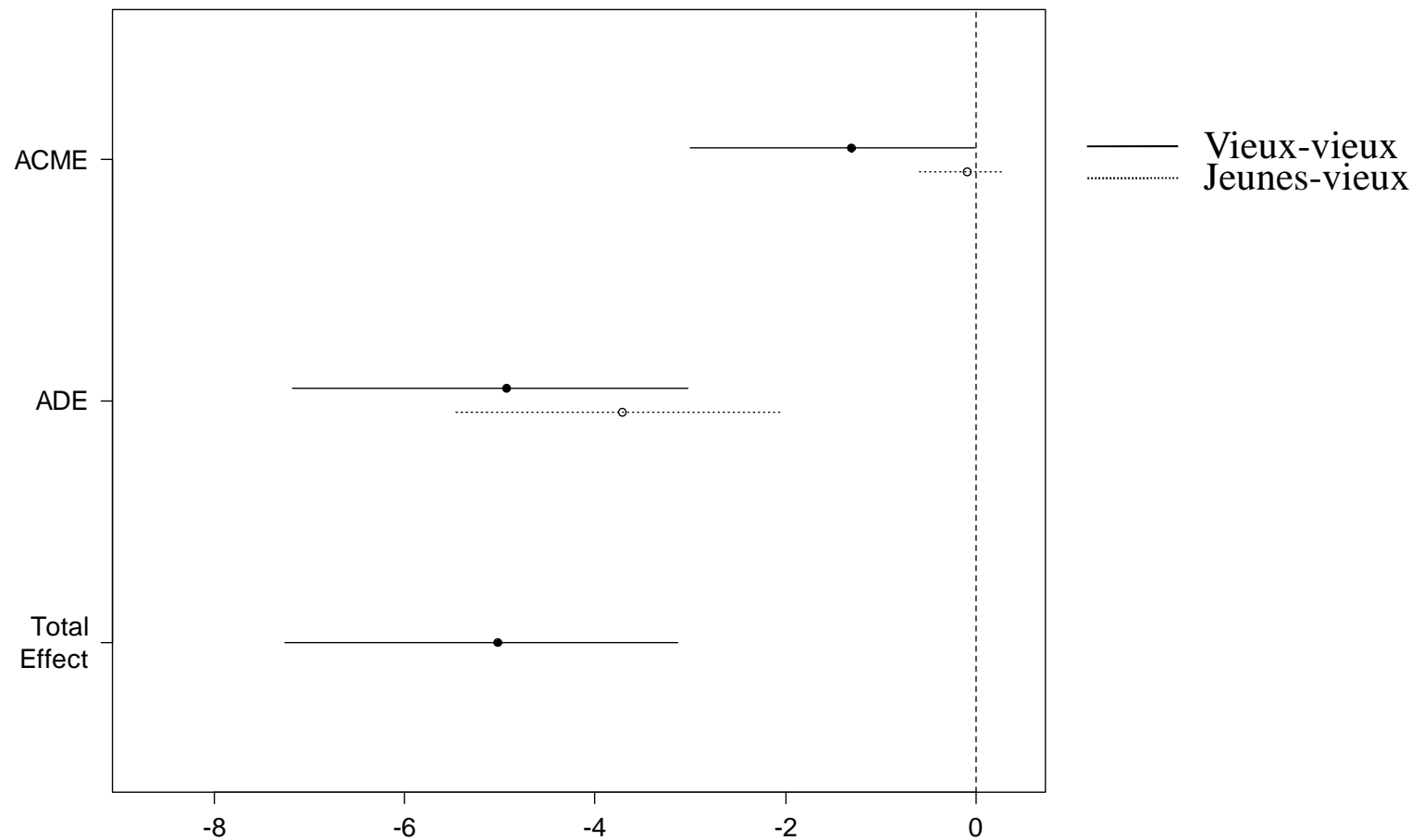
- Simulation de valeurs contrefactuelles de M en fonction des valeurs fixées de T et de résultats potentiels en fonction des valeurs fixées de T et de M .
- Estimation de ATE , ADE et $ACME$ et approximation par Bootstrap ou MC des intervalles de confiance.

```
> med.out <- mediate(mt.fit, ymt.fit, sims=2000, treat = "age", mediator = "discr",  
                    robustSE = TRUE)
```

Résultats de l'analyse de médiation causale

NDE (ADE) : âge → mémoire prospective

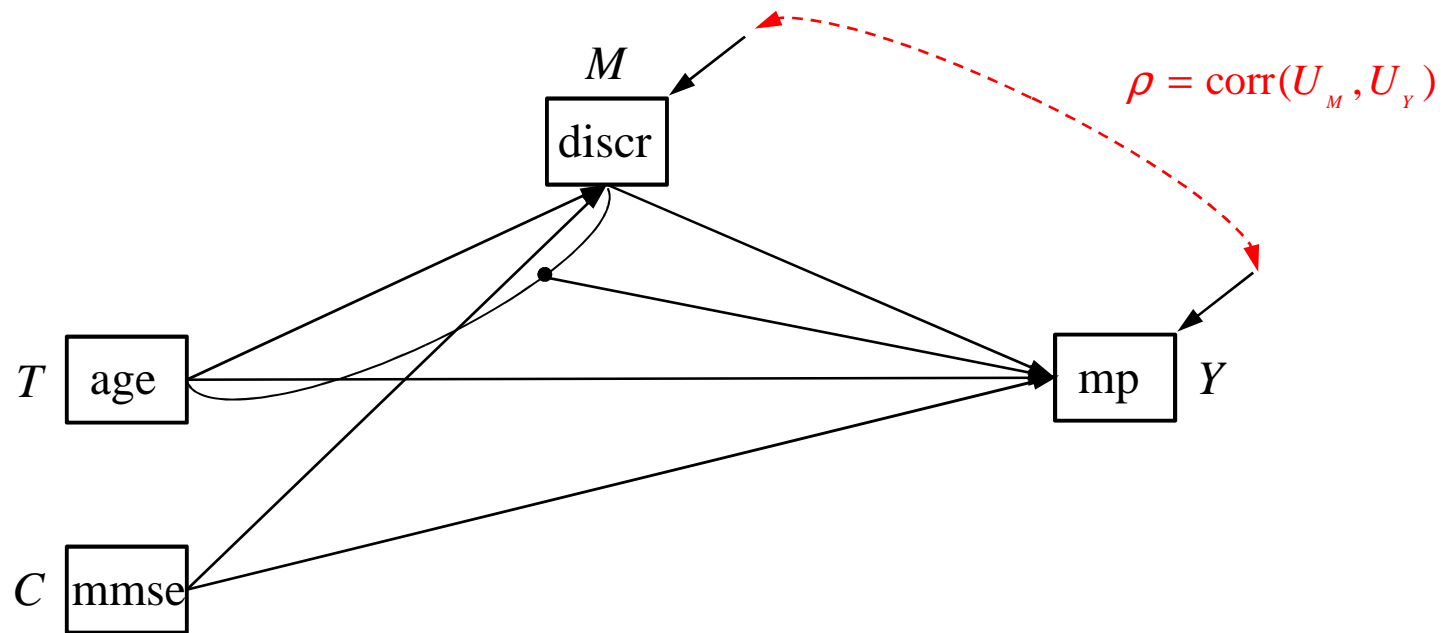
NIE (ACME) : âge → discrimination visuelle → mémoire prospective



Analyse de sensibilité

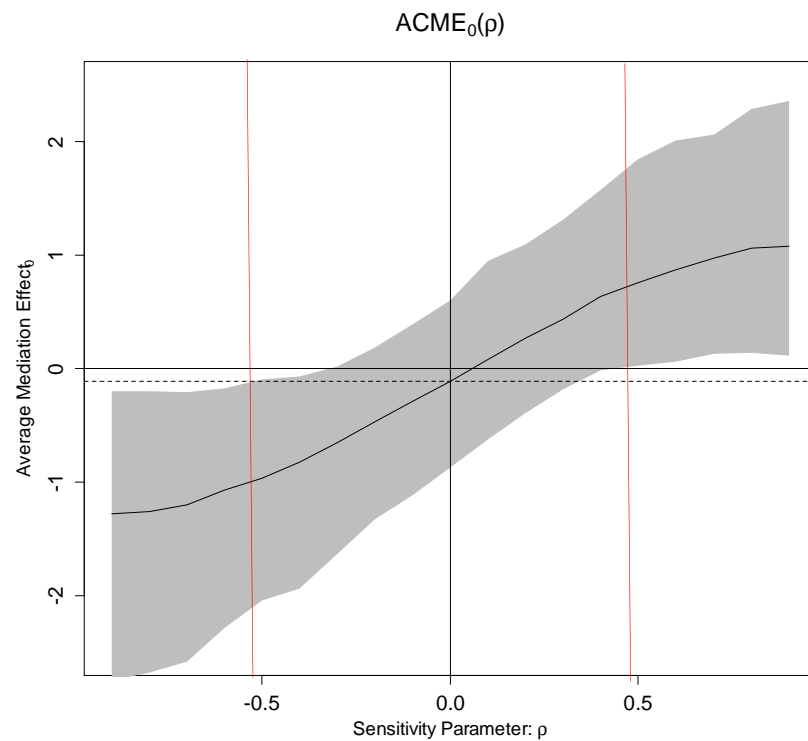
Non respect de la supposition d'ignorabilité séquentielle

→ la relation entre M et Y est confondue : faire varier ρ et évaluer l'effet de ces variations sur les estimations des effets naturels.

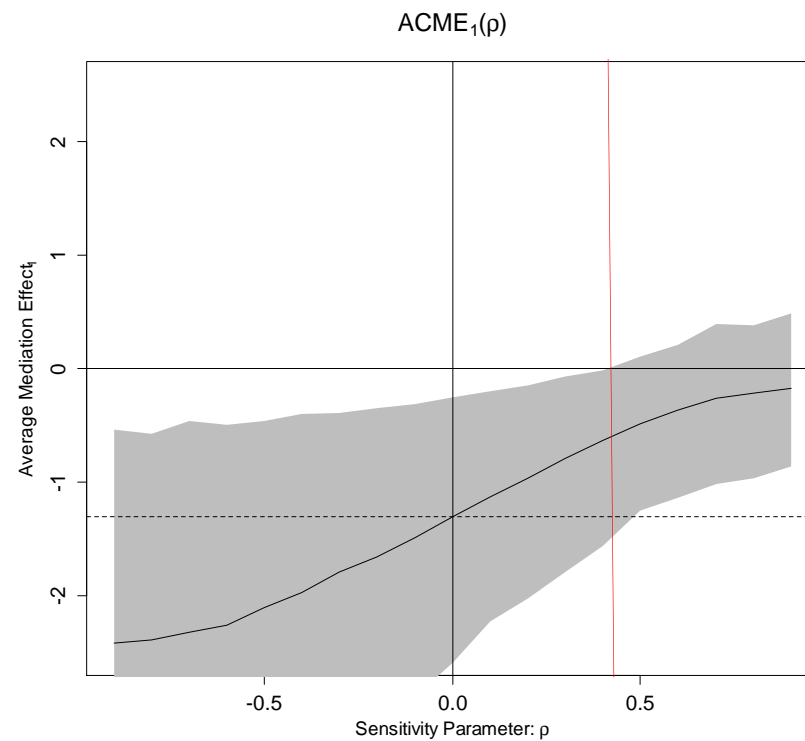


Analyse de sensibilité : résultats pour *NIE* (*ACME*)

âge → discrimination visuelle → mémoire prospective



Jeunes-vieux



Vieux-vieux

Conclusion

- Les recherches sur l'inférence causale montrent l'importance, en les explicitant, des **suppositions** nécessaires à l'**identification** des effets causaux dans les modèles de médiation.
- Lorsque ces suppositions sont **plausibles**, des algorithmes généraux permettent d'estimer ces effets (*ACME* et *ADE*) pour des modèles avec interaction (médiation modérée, modération médiatisée) et pour divers types de données (continues, binaires, ordinales, nominales et de comptage).
- Il est souhaitable qu'une étude de la **sensibilité** des conclusions aux **violations** de la supposition d'ignorabilité séquentielle complète l'estimation des effets.

Références

- Imai, K., Keele, L., & Tingley, D. (2010). A general approach to causal mediation analysis. *Psychological Methods, 15*, 309-334.
- Imai, K., Keele, L., Tingley, D., & Yamamoto, T. (2010). Causal mediation analysis using R. In H. Vinod (Ed.). *Advances in Social Science Research Using R* (pp. 129-154). Springer : New York.
- Imai, K., Keele, L., & Tingley, D., & Yamamoto, T. (2011). Unpacking the black box of causality: Learning about causal mechanisms from experimental and observational studies. *American Political Science Review, 105*, 765-789.
- Pearl, J. (2001). Direct and indirect effects. In *Proceedings of the Seventeenth Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, 411-420.
- Pearl, J. (2009). *Causality: Models, Reasoning, and Inference*. 2nd ed. Cambridge University Press, New York.
- Pearl, J. (2012a). The mediation formula: A guide to the assessment of causal pathways in nonlinear models. In C. Berzuini, P. Dawid, & L. Bernardinelli (Eds.). *Causality: Statistical perspectives and applications* (pp. 150-179). Wiley.
- Pearl, J. (2012b). The causal mediation formula: A guide to the assessment of pathways and mechanisms. *Prevention Science, 13*, 426-436.
- Pearl, J. (2013). Interpretation and identification of causal mediation. *Psychological Methods*.
- Wang, X., & Sobel, M.E. (2013). New perspectives on causal mediation analysis. In S.L. Morgan (Ed.). *Handbook of causal analysis for social research* (pp. 215-242). Springer.